УДК: 531.8

МЕТОДИКА ПРИМЕНЕНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ ПРИ ОЦЕНКЕ НАДЕЖНОСТИ МЕХАНИЧЕСКИХ ЧАСТЕЙ КОНСТРУКЦИЙ ОБРАЗЦОВ РАКЕТНО-АРТИЛЛЕРИЙСКОГО ВООРУЖЕНИЯ НА РАННИХ ЭТАПАХ РАЗРАБОТКИ

TECHNIQUE FOR APPLICATION OF ADDITIONAL INFORMATION WHEN ASSESSING THE RELIABILITY OF MECHANICAL PARTS OF SAMPLES OF ROCKET-ARTILLERY WEAPONS AT THE EARLY STAGES OF DEVELOPMENT

По представлению чл.-корр. РАРАН С.А. Баканеева

В.С. Малиновский, П.П. Белоцерковский

МВАртА

V.S. Malinovsky, P.P. Belotserkovskii

Одним их основных недостатков при оценке надежности механических частей конструкций (МЧК) образцов ракетно-артиллерийского вооружения на ранних этапах разработки является отсутствие в достаточном количестве исходной статистической информации о несущей способности материалов МЧК и действующих нагрузках. В этих условиях наиболее эффективным методом получения оценок надежности с приемлемой точностью является использование дополнительной априорной информации о работоспособности находящихся в эксплуатации подобных МЧК. Статья посвящена разработке методики применения дополнительной информации при оценке надежности МЧК на ранних этапах разработки. Методика основана на использовании байесовских процедур объединения априорной и опытной информации. Искомый алгоритм получен для диффузионного DM-распределения и для трехпараметрического распределения Вейбулла.
Ключевые слова: надёжность механических частей конструкций, вероятность безотказной работы, априорная информация, апостериорная информация, байесовская оценка, функция правдоподобия, плотность распределения, функция распределения.

One of the main drawbacks in assessing the reliability of the mechanical parts of the structures of missile and artillery armament samples at the early stages of development is the lack of sufficient initial statistical information on the bearing capacity of the materials of mechanical parts of structures and the acting loads. Under these conditions, the most effective method for obtaining reliability estimates with acceptable accuracy is the use of additional a priori information on the operability of such mechanical parts of structures in operation. The article is devoted to the development of a methodology for the use of additional information in assessing the reliability of mechanical parts of structures at the early stages of development. The technique is based on the use of Bayesian procedures for combining a priori and experimental information. The desired algorithm was obtained for the diffusion DM distribution and for the three-parameter Weibull.
Keywords: the reliability of the designs mechanical parts, prior information, aposteriori information, Bayesian assessment, believability function, distribution density, distribution function.

Факторами, определяющими необходимость повышения точности оценки надежности механических частей конструкций (МЧК) образцов РАВ, являются:

– совершенствование МЧК и способов упрочнения новых конструкционных материалов;

– усиление влияния надежности МЧК образцов РАВ повышенной сложности на эффективность их функционирования;

– расширение диапазонных климатических факторов, в которых в перспективе предполагается применение образцов РАВ.

Спецификой МЧК образцов РАВ (зубчатые передачи, подшипники и т.п.) является выход их из строя по таким причинам как механический износ, потеря контактной прочности, пластические деформации, усталостное выкрашивание и др.

Перечисленные процессы старения имеют ярко выраженную деградационную природу. Модели их отказов основаны на, так называемых, диффузионных DM-распределениях, имеют конкретную физическую интерпретацию, лучше выравнивают опытные данные и обладают целым рядом других достоинств [1]. Поэтому использование DM-распределения с целью повышения точности оценки показателей надежности МЧК образцов РАВ на ранних этапах разработки являются весьма перспективными.

Вместе с тем, широкое применение в данной ситуации имеет трехпараметрический закон распределения Вейбулла.

Данные об отказах, описываемые распределением Вейбулла, обычно являются данными о ресурсе, но также могут являться данными, когда старение вызывает воздействие определенной нагрузки, например, давления, силы или температуры. «Возрастом» объекта могут быть время функционирования, запуски и остановки, приземления, взлеты, количество циклов (малоцикловая усталость), период хранения, количество циклов или время работы под высоким давлением или при высокой температуре или другие параметры. В настоящее время показатель «возраста» назван наработкой.

Двухпараметрическое распределение Вейбулла — распределение, наиболее широко используемое при анализе ресурса. Функция имеет два параметра: ресурс и параметр формы распределения. Параметр формы показывает скорость изменения мгновенной интенсивности отказов во времени. Примерами событий могут быть ранний отказ, случайный отказ или износ. В зависимости от конкретного случая рассматривают подходящее распределение из семейства распределений Вейбулла. С помощью распределения Вейбулла можно описать гораздо более широкий диапазон ресурсных данных, чем с помощью других распределений. Переменная данного закона является общей для распределений и может представлять собой различные величины: время, расстояние, количество циклов, механическое напряжение.

Необходимое понимание влияния параметра положения (ресурса или наработки, до которой нет отказов) обычно не приходит до обнаружения того, что двухпараметрическое распределение Вейбулла плохо описывает данные. При наблюдаемом недостаточно хорошем приближении обычно пытаются использовать другое распределение для более точного описания данных. Однако приближение может быть улучшено при использовании трехпараметрического распределения Вейбулла. Использование параметра положения явно указывает на то, что отказы смещены на фиксированную наработку, называемую пороговой. Влияние параметра положения обычно наблюдается, когда исследуют «срок хранения» объекта, после которого появляется первый отказ. Хорошим индикатором влияния параметра положения является форма графика представленного в [11].

В связи с этим, статья посвящена использованию дополнительной информации о параметрах закона распределения с целью повышения точности оценки вероятности безотказной работы (ВБР) МЧК применительно к диффузионному DM-распределению на отказ и к трехпараметрическому распределению Вейбулла.

Рассмотрим алгоритм решения данной задачи сначала для DM-распределения, затем для распределения Вейбулла. Наработка на отказ МЧК образцов РАВ подчиняется диффузионному DM-распределению с плотностью [2]

$$f(t) = \frac{1+at}{2\nu t\sqrt{2\pi at}} e^{-\frac{(1-at)^2}{2\nu^2 at}} \qquad (1)$$

и функцией распределения

$$F(t) = \Phi\left(\frac{at-1}{\nu\sqrt{at}}\right), \qquad (2)$$

где $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{z^2}{2}}$ — нормированная функция Лапласа; a, ν — параметры DM-распределения.

В качестве априорного распределения выбрано равномерное распределения для параметра формы ν, плотность распределения которого имеет вид

$$h\left(\frac{\theta}{I_a}\right) = \begin{cases} 0; \ \nu < \nu_1; \\ \frac{1}{(\nu_2 - \nu_1)}; \ \nu_1 < \nu < \nu_2, \\ 0; \ \nu > \nu_2, \end{cases} \quad (3)$$

причем параметр масштаба фиксирован.

Функция потерь — квадратичная $L(\hat{R}, R) = (R - \hat{R})^2$, а в качестве плана испытаний выбран план, в соответствии с которым проводится $n = d + k$ независимых испытаний. В результате испытаний получают два вектора: вектор наработок до отказа $\mathbf{t}^* = (\mathbf{t}_1^*, ..., \mathbf{t}_d^*)$ и вектор моментов цензурирований $\mathbf{t} = (\mathbf{t}_1, ..., \mathbf{t}_k)$.

Необходимо найти апостериорную оценку вероятности безотказной работы (ВБР) $\hat{R}^*(t)$. Решение задачи приведем в последовательности, указанной в [3, 4].

1. Для цензурированной выборки, которая имеет место при реализации указанного плана, ядро функции правдоподобия имеет вид

$$l\left(\frac{\theta}{I_Э}\right) = \prod_{i=1}^{d} f(t_i^*; \theta) \prod_{j=1}^{k} \left[1 - (t_j; \theta)\right]. \quad (4)$$

После подстановки зависимостей (1) и (2) в соотношение (4) получим

$$l\left(\frac{\theta}{I_Э}\right) = \prod_{i=1}^{d} \frac{1 + at_i^*}{2\nu t_i^* \sqrt{2\pi a t_i^*}} \exp\left[-\frac{(1 - at_i^*)^2}{2\nu^2 a t_i^*}\right] \times \times \prod_{j=1}^{k} \left[1 - \Phi\left(\frac{at_j - 1}{\nu\sqrt{at_j}}\right)\right]. \quad (5)$$

2. Подставим функцию правдоподобия (5) и априорную плотность распределения (3) в формулу Байеса и найдем апостериорную плотность. В частности, ядро апостериорной плотности распределения

$$h\left(\frac{\theta}{I_a}\right) l\left(\frac{\theta}{I_Э}\right) = \frac{1}{\nu_2 - \nu_1} \prod_{i=1}^{d} \frac{1 + at_i^*}{2\nu t_i^* \sqrt{2\pi a t_i^*}} \times \times \exp\left[-\frac{(1 - at_i^*)^2}{2\nu^2 a t_i^*}\right] \prod_{j=1}^{k} \left[1 - \Phi\left(\frac{at_j - 1}{\nu\sqrt{at_j}}\right)\right]. \quad (6)$$

3. С учетом выражений для апостериорной плотности распределения

$$h(\theta / I_a / I_Э) = \frac{h(\theta / I_a) l(\theta / I_Э)}{\int_\theta h(\theta / I_a) l(\theta / I_Э) d\theta}$$

и байесовской оценки ВБР для квадратичной функции потерь

$$R = \int_\theta R(\theta) h(\theta / I_a / I_Э) d\theta$$

зависимость для апостериорной байесовской оценки ВБР при диффузионном DM-распределении экспериментальной оценки наработки до отказа примет вид

$$R^*(t) = \frac{1}{\beta} \int_{\nu_1}^{\nu_2} \left[1 - \Phi\left(\frac{at - 1}{\nu\sqrt{at}}\right)\right] \prod_{i=1}^{d} \frac{1 + at_i^*}{2\nu t_i^* \sqrt{2\pi a t_i^*}} \times \times \exp\left[-\frac{(1 - at_i^*)^2}{2\nu^2 a t_i^*}\right] \prod_{j=1}^{k} \left[1 - \Phi\left(\frac{at_j - 1}{\nu\sqrt{at_j}}\right)\right] d\nu, \quad (7)$$

где нормирующая постоянная β определяется выражением

$$\beta = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \prod_{i=1}^{d} \frac{1 + at_i^*}{2\nu t_i^* \sqrt{2\pi a t_i^*}} \exp\left[-\frac{(1 - at_i^*)^2}{2\nu^2 a t_i^*}\right] \times \times \prod_{j=1}^{k} \left[1 - \Phi\left(\frac{at_j - 1}{\nu\sqrt{at_j}}\right)\right] d\nu. \quad (8)$$

Нижняя доверительная граница (НДГ) ВБР определяется зависимостью

$$\underline{R}_\gamma^* = 1 - \Phi\left(\frac{at - 1}{z\sqrt{at}}\right), \quad (9)$$

где величина z в соответствии с [2] находится из выражения

$$\int_{\nu_1}^{z}\prod_{i=1}^{d}\frac{1+at_i^*}{2\nu t_i^*\sqrt{2\pi a t_i^*}}\exp\left[-\frac{\left(1-at_i^*\right)^2}{2\nu^2 a t_i^*}\right]\times \prod_{j=1}^{k}\left[1-\Phi\left(\frac{at_j-1}{\nu\sqrt{at_j}}\right)\right]d\nu=\gamma\beta . \qquad (10)$$

Проведем анализ байесовских оценок ВБР для диффузионного монотонного закона распределения.

Использование полученных зависимостей проиллюстрируем для следующих исходных данных. Пусть известен диапазон изменения параметра формы: $\nu_1 = 0{,}2$; $\nu_2 = 0{,}4$. При испытаниях МЧК образцов РАВ были получены следующие результаты (в часах): $t_1^* = 15{,}1$; $t_2^* = 23{,}3$; $t_3^* = 27{,}8$; $t_4^* = 32{,}5$; $t_5^* = 58{,}3$; $t_1 = 10{,}0$; $t_2 = 12{,}7$; $t_3 = 15{,}6$; $t_4 = 20{,}3$; $t_5 = 25{,}5$.

По специально разработанной в среде MathCAD программе были определены оценки параметров DM-распределения: $\hat{a} = 0{,}035$; $\hat{\nu} = 0{,}3183$. Результаты расчетов величин $\hat{R}^*$ и $\underline{R}_\gamma^*$ по зависимостям (7)–(10) представлены в табл. 1 и на рис. 1.

Анализ результатов расчетов показывает (рис. 1), что с уменьшением интервала неопределенности $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$ доверительный интервал ВБР уменьшается, что вполне логично доказывает эффективность байесовской процедуры.

Представляет интерес сравнение байесовской НДГ и опытной. С этой целью разработана программа, реализующая алгоритм определения НДГ с помощью небайесовских методов

$$\underline{R}_\gamma = \hat{R} - U_\gamma\sqrt{D\left(\hat{R}\right)}; \qquad (11)$$

$$D\left(\hat{R}\right)=\left(\frac{\partial R}{\partial\theta_1}\right)^2 D\left(\hat{\theta}_1\right)+\left(\frac{\partial R}{\partial\theta_2}\right)^2\times D\left(\hat{\theta}_2\right)+2\frac{\partial R}{\partial\theta_1}\frac{\partial R}{\partial\theta_2}\operatorname{cov}\left(\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2\right); \qquad (12)$$

$$D\left(\hat{\theta}_i\right)=-\frac{\dfrac{\partial^2\ln l}{\partial\theta_j^2}}{DetA},\ i=1,\,2,\ j=1,\,2,\ i\neq j\ ; \qquad (13)$$

Таблица 1

Результаты расчета ВБР

t, час	Апостериорная оценка $\hat{R}^*(t)$	НДГ опытной оценки $\underline{R}_\gamma$	НДГ апостериор. оценки $\underline{R}_\gamma^*$
10,0	0,9988	0,9647	0,9953
12,7	0,9902	0,9009	0,9753
15,6	0,9583	0,8039	0,9258
20,3	0,8331	0,6261	0,7886
25,5	0,6214	0,4482	0,6028

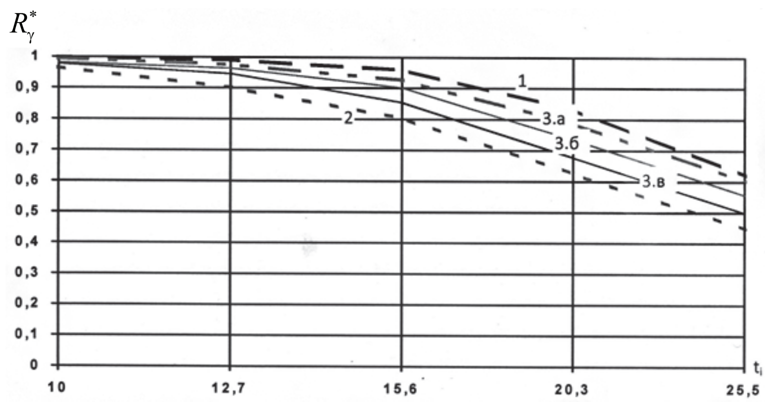

Рис. 1. Зависимость R_γ^*: 1 — апостериорная байесовская оценка ВБР; 2 — небайесовская опытная НДГ ВБР; 3 — равномерный закон распределения ν ($\Delta\nu$ = а) 0,2; б) 0,3; в) 0,5

$$\operatorname{cov}\left(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2\right) = \frac{\dfrac{\partial^2 \ln l}{\partial\theta_1 \partial\theta_2}}{DetA}; \qquad (14$$

$$DetA = \frac{\partial^2 \ln l}{\partial\theta_1^2} \frac{\partial^2 \ln l}{\partial\theta_2^2} - \left(\frac{\partial^2 \ln l}{\partial\theta_1 \partial\theta_2}\right)^2, \qquad (15)$$

где $\hat{\theta}_1$ и $\hat{\theta}_2$ — оценки параметров закона распределения наработки на отказ.

Как показывают результаты сравнения (табл. 1), $\underline{R}_\gamma^* > \underline{R}_\gamma$, т.е. байесовский доверительный интервал всегда меньше обычного. Это приведет на практике к существенному выигрышу в количестве испытаний, необходимых для подтверждения заданных требований по надежности.

К аналогичным выводам можно прийти, получая апостериорные оценки для нормального априорного параметра распределения параметра формы

$$h(\theta / l_a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\nu}} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(\nu - m_\nu)^2}{\sigma_\nu^2}\right]. \quad (16)$$

При этом расчетные соотношения (7), (8) и (10) меняются незначительно: под знак интеграла всех трех зависимостей вводится сомножитель $\exp\left[-\dfrac{1}{2}\dfrac{(\nu - m_\nu)^2}{\sigma_\nu^2}\right]$.

Аналогичным образом рассмотрим алгоритм решения данной задачи для трехпараметрического распределения Вейбулла. Наработка на отказ МЧК подчиняется трехпараметрическому распределению Вейбулла с плотностью [2]

$$f_H(t) = \frac{\alpha}{\sigma_0}\left[\frac{t - t_0}{\sigma_0}\right]^{\alpha - 1} \exp\left[-\left(\frac{t - t_0}{\sigma_0}\right)^\alpha\right] \qquad (17)$$

и функцией распределения

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t - t_0}{\sigma_0}\right)^\alpha\right], \qquad (18)$$

где t_0 — называют наработкой, до которой нет отказов, параметром положения или минимальным ресурсом; σ_0 — параметр масштаба (ресурс); α — параметр формы распределения.

В качестве априорного распределения выбрано равномерное распределения для параметра формы α, плотность распределения которого имеет вид

$$h\left(\frac{\theta}{I_a}\right) = \begin{cases} 0;\ \alpha < \alpha_1; \\ \dfrac{1}{(\alpha_2 - \alpha_1)};\ \alpha_1 < \alpha < \alpha_2; \\ 0;\ \alpha > \alpha_2, \end{cases} \qquad (19)$$

причем параметр масштаба фиксирован.

Необходимо найти апостериорную оценку вероятности безотказной работы (ВБР) $\hat{R}^*(t)$.

1. Для цензурированной выборки, которая имеет место при реализации вышеуказанного плана, ядро функции правдоподобия имеет вид (4).

После подстановки зависимостей (17) и (18) в соотношение (4) получим

$$\begin{aligned} l\left(\frac{\theta}{I_Э}\right) &= \prod_{i=1}^{d} \frac{\alpha}{\sigma_0}\left[\frac{t_i - t_0}{\sigma_0}\right]^{\alpha - 1} \times \\ &\times \exp\left[-\left(\frac{t_i - t_0}{\sigma_0}\right)^\alpha\right] \prod_{j=1}^{k} \exp\left[-\left(\frac{t_j - t_0}{\sigma_0}\right)^\alpha\right]. \end{aligned} \qquad (20)$$

2. Подставим функцию правдоподобия (20) и априорную плотность распределения (19) в формулу Байеса, и найдем апостериорную плотность. В частности, ядро апостериорной плотности распределения

$$\begin{aligned} h\left(\frac{\theta}{I_a}\right) l\left(\frac{\theta}{I_Э}\right) &= \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \prod_{i=1}^{d} \frac{\alpha}{\sigma_0}\left[\frac{t_i - t_0}{\sigma_0}\right]^{\alpha - 1} \times \\ &\times \exp\left[-\left(\frac{t_i - t_0}{\sigma_0}\right)^\alpha\right] \prod_{j=1}^{k} \exp\left[-\left(\frac{t_j - t_0}{\sigma_0}\right)^\alpha\right]. \end{aligned} \qquad (21)$$

3. С учетом выражений для апостериорной плотности распределения и байесовской оценки ВБР для квадратичной функции потерь зависимость для апостериорной байесовской оценки ВБР при трехпараметрическом распределении Вейбулла экспериментальной оценки наработки до отказа примет вид

Таблица 2

Результаты расчета ВБР

t, час	Апостериорная оценка $\hat{R}^*(t)$	НДГ опытной оценки $\underline{R}_\gamma$	НДГ апостериор, оценки $\underline{R}_\gamma^*$
10	0,8989401	0,7458333	0,8697803
12,7	0,8607521	0,681149	0,827919
15,6	0,8148159	0,6123477	0,7798002
20,3	0,7612792	0,5412279	0,7260039
25,5	0,7007493	0,469598	0,6674138

$$R^*(t) = \frac{1}{\beta}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \exp\left[-\left(\frac{t-t_0}{\sigma_0}\right)^{\alpha}\right]\prod_{i=1}^{d}\frac{\alpha}{\sigma_0}\left[\frac{t_i-t_0}{\sigma_0}\right]^{\alpha-1} \times \exp\left[-\left(\frac{t_i-t_0}{\sigma_0}\right)^{\alpha}\right]\prod_{j=1}^{k}\exp\left[-\left(\frac{t_j-t_0}{\sigma_0}\right)^{\alpha}\right]d\alpha\,, \quad (22)$$

где нормирующая постоянная β определяется выражением

$$\beta = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\prod_{i=1}^{d}\frac{\alpha}{\sigma_0}\left[\frac{t_i-t_0}{\sigma_0}\right]^{\alpha-1}\cdot\exp\left[-\left(\frac{t_i-t_0}{\sigma_0}\right)^{\alpha}\right]\times \prod_{j=1}^{k}\exp\left[-\left(\frac{t_j-t_0}{\sigma_0}\right)^{\alpha}\right]d\alpha. \quad (23)$$

Нижняя доверительная граница (НДГ) ВБР определяется зависимостью

$$\underline{R}_\gamma^* = \exp\left[-\left(\frac{t-t_0}{\sigma_0}\right)^{z}\right], \quad (24)$$

где величина z в соответствии с [2] находится из выражения

$$\int_{\alpha_1}^{z}\prod_{i=1}^{d}\frac{\alpha}{\sigma_0}\left[\frac{t_i-t_0}{\sigma_0}\right]^{\alpha-1}\cdot\exp\left[-\left(\frac{t_i-t_0}{\sigma_0}\right)^{\alpha}\right]\times \prod_{j=1}^{k}\exp\left[-\left(\frac{t_j-t_0}{\sigma_0}\right)^{\alpha}\right]d\alpha = \gamma\beta. \quad (25)$$

Проведем анализ байесовских оценок ВБР для предложенного закона распределения.

Использование полученных зависимостей проиллюстрируем для следующих исходных данных. Пусть известен диапазон изменения параметра формы: $\alpha_1 = 3$; $\alpha_2 = 4$. При испытаниях МЧК были получены следующие результаты (в часах): $t_1^* = 15{,}1$; $t_2^* = 23{,}3$; $t_3^* = 27{,}8$; $t_4^* = 32{,}5$; $t_5^* = 58{,}3$; $t_1 = 10{,}0$; $t_2 = 12{,}7$; $t_3 = 15{,}6$; $t_4 = 20{,}3$; $t_5 = 25{,}5$.

По специально разработанной в среде MathCAD программе были определены оценки параметров трехпараметрического распределения Вейбулла: $\hat{t}_0 = -18{,}178383$, $\hat{\sigma}_0 = 44{,}8435125$, $\hat{\alpha} = 3{,}0422498$. Результаты расчетов величин $\hat{R}^*$ и $\underline{R}_\gamma^*$ по зависимостям (22)–(25) представлены в табл. 2 и на рис. 2.

Анализ результатов расчетов показывает, что с уменьшением интервала неопределенности $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ доверительный интервал ВБР уменьшается, что вполне логично доказывает эффективность байесовской процедуры.

Как показывают результаты сравнения (табл. 2) $\underline{R}_\gamma^* > \underline{R}_\gamma$, т.е. байесовский доверительный интервал всегда меньше обычного. Это приведет на практике к существенному выигрышу в количестве испыта-

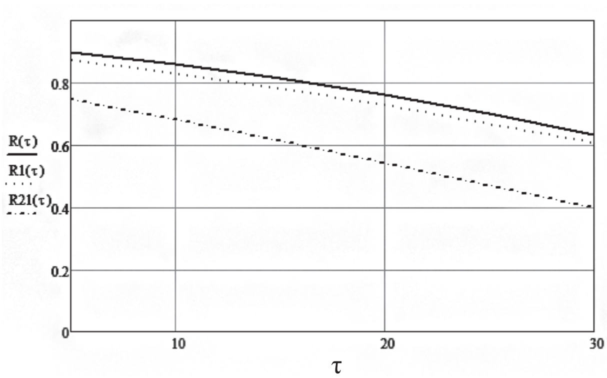

Рис. 2. Зависимость ВБР: R(τ) — апостериорная байесовская оценка ВБР; R21(τ) — небайесовская опытная НДГ ВБР; R1(τ) — апостериорная байесовская НДГ ВБР

ний, необходимых для подтверждения заданных требований по надежности.

Выводы

1. Одним из эффективных способов повышения точности оценки надёжности МЧК образцов РАВ на ранних этапах разработки является применение дополнительной информации.

2. Точность получения оценок показателей надежности МЧК на основе DM-распределения и трехпараметрического распределения Вейбулла будет выше, так как эффективность вероятностно-статистической модели отказов доказана на многочисленных примерах [2].

3. Разработана математическая модель получения апостериорной байесовской оценки вероятности безотказной работы МЧК для DM-распределения наработки на отказ и для трехпараметрического распределения Вейбулла при равномерном и нормальном законах распределения параметра формы.

4. Разработана программа расчёта опытной НДГ ВБР (зависимости (11)–(15)) и проведено сравнение апостериорной и опытной НДГ. Результаты расчётов показали, что выигрыш в ширине доверительного интервала ВБР в результате применения априорной информации составляет 3–20 %.

Литература

1. Коновалов Л.В. Роль и приоритетные направления конструкционной надёжности машин при современных тенденциях развития машиностроения. Надежность и контроль качества. № 5. 1997. С. 3–19.

2. Малиновский В.С., Жаркова Т.В. Надёжность механических частей конструкции образцов вооружения // Монография. — СПб: МВАА. 2011. 96 с.

3. Малиновский В.С., Калинин В.Ю., Жаркова Т.В., Белоцерковский П.П. Актуальные вопросы оценки надежности механических частей конструкций на ранних этапах проектирования образцов ракетно-артиллерийского вооружения // Вопросы оборонной техники. Серия 16. Вып. 1–2 (103–104) 2017. С. 94–99.

4. Вященко Ю.Л., Казаков С.Н., Любимов И.В. Оценка надёжности артиллерийских комплексов на этапах эскизного и технического проектирования // БГТУ. — СПб: 2011. 112 с.

5. Бершадский Л.И., Заманский Л.С. Классификация отказов зубчатых и червячных передач редукторов общего назначения // Ускоренная приработка и надежность зубчатых и червячных передач. — Киев: Знание. 1978. С. 31–33.

6. МР 159-85. Надежность в технике. Выбор видов распределений случайных величин. — М.: Изд. ВНИИНМАШ. 1985. 41 с.

7. Радаев Н.Н. Определение продолжительности приемочных испытаний при диффузионных распределениях наработок до отказа. Надежность и контроль качества. № 12. С. 10–14.

8. Погребинский С.Б., Стрельников В.П. Проектирование и надежность многопроцессорных ЭВМ. — М.: Радио и связь. 1988. 168 с.

9. Савчук В.П. Байесовские методы статистического оценивания. Надежность технических объектов. — М.: Наука. 1989. 328 с.

10. Малиновский В.С., Грант Е.В. Оценивание свойств элементов артиллерийского вооружения с учетом априорной информации. — СПб: МВАА. 1992. 120 с.

11. ГОСТ Р 50779.27-2017 (МЭК 61649:2008) Статистические методы. Распределение Вейбулла. Анализ данных. — М.: Стандартинформ. 2017. 58 с.

12. Касьянов В.Е., Роговенко Т.Н., Топилин И.В. Определение минимальных значений прочности деталей машин. Надёжность и контроль качества. № 12. 2001. С. 38–41.