УДК: 681.5 DOI: 10.53816/20753608_2022_4_55

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ИССЛЕДОВАНИЮ ТОЧНОСТИ МОДЕЛЕЙ БОЕВЫХ ДЕЙСТВИЙ

METHODOLOGICAL APPROACH TO THE STUDY OF THE ACCURACY OF COMBAT MODELS

По представлению академика РАРАН В.А. Петрова

В.Ф. Волков, А.Л. Федер, Р.Р. Хайдаров

Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского

V.F. Volkov, A.L. Feder, R.R. Khaidarov

В статье на примерах наиболее распространенных в теории боевой эффективности математических моделей предложен подход к построению методики «оптимальной сложности», обеспечивающей минимальную величину суммарной ошибки при заданной продолжительности решения информационно-расчетных задач в рамках модельных исследований боевых систем. Кроме того, данный подход позволяет обосновать требования к точности входной информации. Показано, что для обеспечения рационального уровня точности моделирования орган управления (заказчик модели) должен учитывать складывающиеся в реальности соотношения точности исходной информации, структурной точности модели, функциональной точности модели и точности вычислительных алгоритмов.
Ключевые слова: точность исходной информации, оптимальная сложность модели, метод линеаризации, ошибки расчета, методические ошибки, результативность операции, интероперабельность.

In the article, using the examples of the most common mathematical models in the theory of combat effectiveness, an approach to the construction of the “optimal complexity” methodology is proposed, which provides the minimum value of the total error for a given duration of solving information and computational problems in the framework of model studies of combat systems. In addition, this approach makes it possible to justify the requirements for the accuracy of input information. It is shown that in order to ensure a rational level of modeling accuracy, the management body (the customer of the model) must take into account the relations between the accuracy of the initial information, the structural accuracy of the model, the functional accuracy of the model and the accuracy of computational algorithms that are developing in reality.
Keywords: accuracy of initial information, optimal complexity of the model, linearization method, calculation errors, methodological errors, operation effectiveness, interoperability.

Постановка задачи

Анализ литературы показывает, что известные постановки задач предварительного обоснования решений по планированию боевых действий базируются на допущении о наличии всех необходимых исходных данных. Однако, как на этапе проектирования, так и на этапах планирования и, тем более, в повседневной обстановке большая часть исходных данных, необходимых для вычисления соответствующих показателей и описания сложившейся оперативной ситуации, известна либо приближенно, с определенными ошибками, либо указывается в некотором диапазоне. Сами показатели (результативности, ресурсозатратности, оперативности) на практике также определяются с некоторыми ошибками, обусловленными погрешностями численных алгоритмов и вычислений, и, кроме того, они во многом зависят от «неколичественной» информации, например, психологических установок принимающего решение лица (минимизация рисков, обеспечение гарантированного результата).

Следовательно, возникают вопросы: во-первых, всегда ли целесообразно реализовывать «абсолютно точные» математические методы и модели, ведь наличие ошибок в исходных данных предопределяет ошибки и в расчете показателей эффективности, которые могут «свести на нет» выигрыш от оптимизации; во-вторых, как выявить априори, не решая в строгой постановке задачу оптимизации (по виду массивов с исходной информацией), ситуацию, в которой целесообразнее реализовать упрощенные оценочные алгоритмы, так как они не связаны со своеобразной платой за оптимальность решения — большими вычислительными затратами и расходами на сбор информации, и дают ту же точность расчетов показателей выходного эффекта. Судя по известной литературе, ранее эти вопросы различными исследователями в области моделирования боевых действий не ставились. Вместе с тем необходимо отметить работы А.Е. Кобринского [1] и Р.М. Юсупова [2], в которых рассмотрены методы оценивания точности решений экономических задач и работу В.П. Заболотского [3], связанную с оцениванием точности прогнозов затрат в сфере военно-промышленного комплекса.

Таким образом, возникает необходимость в разработке инструментария для оценивания и обеспечения необходимых точностных характеристик показателей боевой эффективности.

В общем случае можно указать три основные причины, вызывающие ошибки при моделировании боевых действий:

– неточность входной информации;

– методические ошибки, связанные с упрощением модели и неучетом ею тех или иных факторов и характеризуемые величиной $\sigma_{\text{М}}$;

– ошибки расчетов (например, при методе статистических испытаний, ввиду малости выборки, при численном интегрировании за счет величины шага, вообще за счет округлений и т.п.), характеризуемые величиной $\sigma_{\text{Р}}$.

Ошибка в определении некоторого интегрального показателя эффективности K, обусловленная всеми независимыми ошибками этих трех групп, может оцениваться с помощью формулы:

$$\sigma_K = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial K}{\partial A_i}\right)^{(2)}\sigma_{A_i}^2 + \sigma_{\text{М}}^2 + \sigma_{\text{Р}}^2},$$

где K — показатель, определяемый при расчетах параметров модели (например, вероятность какого-то события, математическое ожидание какой-либо величины и др.);

A_i — входные данные, влияющие на величину показателя;

$\sigma_{A_i}^2$ — величины среднеквадратичных ошибок.

Изменение значений компонентов суммарной ошибки в тех случаях, когда они заметно меньше остальных, не приводит к существенному изменению итоговой ошибки. Поэтому, если модель является грубой (велики $\sigma_{\text{М}}$ и $\sigma_{\text{Р}}$) или часть информации, вводимой в модель, определена с большими ошибками (часть членов велика), ошибки при неизвестной информации $\frac{\partial K}{\partial A_i}\sigma_{A_i}$ могут быть определены весьма приближенно. Во всех случаях необходимо проанализировать, в какой степени неизвестная информация сказывается на общей ошибке в определении показателя. При применении метода имитационного моделирования всегда следует проанализировать возможность упрощения модели применения боевых и обеспечивающих средств. Это увеличивает методическую ошибку, но сокращает затраты времени на получение одной реализации и тем самым при том же времени моделирования позволяет увеличить число реализаций и, следовательно, уменьшить ошибку расчета. Таким образом, можно найти «оптимальную сложность», обеспечивающую минимальную величину суммарной ошибки при фиксированном времени модельных исследований. Во всех случаях построения моделей следует выбирать оптимальное сочетание сложности модели (определяющей методическую ошибку), метода расчетов (определяющего ошибку расчета) и точности входной информации.

Оценивание точности результатов моделирования боевых действий методами теории массового обслуживания

В общем виде зависимости, по которым производится определение критериев качества функционирования боевой или обеспечивающей системы как систем массового обслуживания (СМО), могут быть записаны следующим образом [4]:

$$K = f(x_1, x_2, ... x_n),$$

где K — определяемый показатель;

x_i — исходный параметр.

Формулу для определения суммарной ошибки (дисперсии) исследуемого показателя K в зависимости от дисперсий исходных величин D_{x_i} можно записать так:

$$D_K = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot D_{x_i} + \quad (1)$$

$$+2\sum_{i<j} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_m \left(\frac{\partial f}{\partial x_j} \right)_m \kappa_{ij},$$

где D_{x_i} — дисперсия исходной величины x_i;

κ_{ij} — корреляционная функция;

$\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)$ — величина первой производной от функции $f(x_1, x_1, \ldots, x_n)$ по переменной x_i.

Очень часто величины x_i и x_j не коррелированы, и тогда формула значительно упрощается:

$$D_K = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^{(2)} D_{x_i} .$$

Рассмотрим подходы к определению ошибок, связанных с неточностью получения исходных данных, на примерах типовых СМО, традиционно используемых при построении моделей функционирования воздушно-космических сил, противовоздушной обороны, военно-морского флота [5–7].

Проанализируем простейшую систему массового обслуживания с отказами, состоящую из n однотипных устройств, в которую поступает пуассоновский поток заявок, а время обслуживания заявок устройствами распределено по показательному закону. Вероятность P_n состояния, при котором все устройства заняты, определяется по формуле:

$$P_n = \frac{\frac{a^n}{n!}}{\sum_{\kappa=1}^{n} \frac{a^\kappa}{\kappa_1}} = P_{\text{отк}},$$

где $a = \lambda \bar{t}_{\text{обс}}$;

λ — плотность поступающих заявок;

$\bar{t}_{\text{обс}}$ — среднее время, необходимое для обслуживания одной заявки.

Вероятность того, что каждая заявка будет обслужена, равна:

$$P_{\text{обс}} = 1 - P_{\text{отк}} .$$

Основной исходной характеристикой, необходимой для расчетов, является $a = \lambda \bar{t}_{\text{обс}}$. Входящие в нее величины $\bar{t}_{\text{обс}}$ и λ на практике определяются с ошибками, причем и сами величины в течение исследуемого интервала времени могут принимать различные значения в пределах некоторой области. На величину параметров λ и $\bar{t}_{\text{обс}}$ влияет большое количество различных факторов, анализ работы отдельных систем массового обслуживания показывает, что часто эти параметры подчиняются нормальному закону распределения. Рассмотрим, как влияют ошибки в определении λ и $\bar{t}_{\text{обс}}$ на точность получения значения вероятности $P_{\text{отк}}$. Если отклонения величин λ и $\bar{t}_{\text{обс}}$ сравнительно малы, то можно воспользоваться методом линеаризации функции случайных аргументов. Тогда:

$$D_{P_n} = \left(\frac{\partial P_n}{\partial \lambda} \right)^2 D_\lambda + \left(\frac{\partial P_n}{\partial \bar{t}_{\text{обс}}} \right)^2 D_{\bar{t}_{\text{обс}}},$$

где D_λ, $D_{\bar{t}_{\text{обс}}}$ — дисперсии величин λ и $\bar{t}_{\text{обс}}$;

$\left(\frac{\partial P_n}{\partial \lambda} \right)$, $\left(\frac{\partial P_n}{\partial \bar{t}_{\text{обс}}} \right)$ — частные производные от функции $P_n = f(\lambda, \bar{t}_{\text{обс}})$ по аргументам λ и $\bar{t}_{\text{обс}}$.

Функция $P_n = f(\lambda, \bar{t}_{\text{обс}})$ непрерывна и дифференцируема. Вначале целесообразно определить производную от этой функции по аргументу a:

$$\frac{\partial P_n}{\partial a} = \frac{n-a}{a} P_n + P_n^2 .$$

Отсюда дисперсия D_{P_n} равна:

$$D_{P_n} = \left(\frac{n-a}{a}P_n + P_n^2\right)^2 \bar{t}_{\text{обс}}^2 \sigma_\lambda^2 + \\ + \left(\frac{n-a}{a}P_n + P_n^2\right)^2 \lambda^2 \sigma_{\bar{t}_{\text{обс}}}^2. \quad (2)$$

Обозначим $\frac{n-a}{a}P_n + P_n^2 = A$, с увеличением коэффициента A увеличивается и дисперсия D_{P_n}. Поэтому представляет интерес найти его экстремальное значение. Необходимое условие экстремума определяется выражением:

$$\frac{\partial A}{\partial a} = -\frac{n}{a^2}P_n + \frac{n-a}{a}\left(\frac{n-a}{a}P_n + P_n^2\right) + \\ + 2P_n\left(\frac{n-a}{a}P_n + P_n^2\right) = 0.$$

После преобразований получаем значения a^*, для которых функция $A = A(a)$ достигает экстремума:

$$a_{1,2}^* = \\ = \frac{-n(3P_n-2) \pm \sqrt{n^2(3P_n-2)^2 - -4(2P_n^2-3P_n+1)n(n-1)}}{2(2P_n^2-3P_n+1)}.$$

Как видно из последнего равенства, экстремум функции $A = A(a)$ определяется выражением, заданным в неявной форме. Можно показать, что величина относительной ошибки равна:

$$\frac{\Delta P_{\text{обс max}}}{P_{\text{обс}}} = 3\left(\frac{n-a}{a}P_n + P_n^2\right)\frac{Ra}{1-P_n}.$$

Если известны σ_λ и $\sigma_{\bar{t}_{\text{обс}}}$, то ошибки в определении показателя $P_{\text{обс}}$ оцениваются по формуле (2). По аналогичной схеме могут быть выведены выражения для расчета D_{P_n} для более сложных типов СМО военной направленности (системы с ожиданием, системы с ограниченным временем ожидания и т.п.).

Точность исходной информации в иерархических моделях противоборствующих сторон

В литературе по исследованию операций модели боевых действий принято распределять по нескольким иерархическим уровням [8]:

– модели, в которых рассматривается взаимодействие структурных элементов разных видов, имеющих коренное различие в функционировании;

– модели, в которых рассматривается взаимодействие структурных элементов одного вида (т.е. не имеющих коренного различия в функционировании), но разных типов;

– модели, в которых рассматривается взаимодействие структурных элементов одного вида и одного типа.

С учетом связи между моделями всех классов и необходимостью одновременного исследования всей «лестницы» моделей должен применятся следующий подход для задач минимизации затрат при фиксированном критерии эффективности.

1. Принимается допущение о пропорциональности относительного изменения показателя эффективности соответствующим относительным изменениям затрат.

2. Оценивается относительное изменение общих затрат $\frac{\Delta C}{C}$ вызванное неточностью:

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{D^{n+1}}{2^{n+1}},$$

где D — характеристика точности (дисперсия) приближенного решения задачи оптимизации;

n — модуль разности между номерами классов той задачи, в которой допущены неточности, и рассматриваемой.

Так, например, если оптимальные значения характеристик отдельных структурных элементов боевой системы (БС) определены в среднем с ошибкой в 45 %, то в задаче этого класса относительное изменение общих затрат составит 10 %, в задачах следующего класса относительное изменение общих затрат составит 0,5 %, в задачах через один класс относительное изменение затрат составит 0,1 %. Этот вывод позволяет расчленить решение полной задачи оптимизации на ряд отдельных. Рассмотрим этот же вопрос с других позиций. В тех случаях, когда функционирование оцениваемой БС входит в более масштабную систему целенаправленных действий, состоящих из множества альтернатив, образующих ветвящийся процесс достижения более глобальной цели, то каждая альтернативная ветвь такого процесса состоит из нескольких последовательных этапов и глобальный показатель эффективности (ПЭ) W в этом случае может быть представлен в следующем виде:

$$W = \sum\nolimits_{\{m\}} P_{\text{ПР}m} P_{\text{ДЦ}m};$$

$$P_{\text{ДЦ}m} = P_{\text{ДЦ}m1} P_{\text{ДЦ}m2/1} \ldots P_{\text{ДЦ}mi/j} \ldots P_{\text{ДЦ}mn/n-1},$$

где $P_{\text{ДЦ}m1}$ — вероятность достижения цели 1-го этапа m-й альтернативы целенаправленных действий;

$P_{\text{ДЦ}mi/j}$ — условная вероятность достижения цели i-го этапа при условии достижения цели на j-м этапе m-й альтернативы целенаправленных действий;

$P_{\text{ПР}m}$ — вероятность принятия решения о выборе m-й альтернативы целенаправленных действий;

$\{m\},\{n\}$ — множество альтернатив целенаправленных действий для достижения глобальной цели и множество этапов в каждой альтернативе, соответственно.

В более общей постановке, математически, модель показателя может быть обобщена в следующем виде:

$$P_{\text{ДЦ}} = F_P\left(\mathbf{A}_{(\mathbf{S})}\right),$$

где $\mathbf{A}_{(\mathbf{S})}$ — вектор параметров математической модели ПЭ (тактико-технические характеристики (ТТХ) БС; параметры способа применения, ТТХ противника, характеристики обстановки и условий функционирования БС и т.п.);

F_P — некоторая функция, описывающая зависимость ПЭ от вектора $\mathbf{A}_{(\mathbf{S})}$.

Используя известное выражение из теории погрешностей, можно записать:

$$\Delta F_P\left(a_1, a_1, \ldots, a_S\right) = \sum\nolimits_{i=1}^{S} \Delta a_i \left| \frac{dF_P\left(a_1, a_1, \ldots, a_S\right)}{da_i} \right|, \quad (3)$$

где a_i — значение i-го параметра, которое является исходными данными для вычисления ПЭ целенаправленной деятельности;

Δa_i — погрешность в задании значения i-го параметра.

В рассматриваемом случае функция F_P имеет вид (3). Если допустить, что требования к относительной погрешности исходных данных являются одинаковыми для всех альтернатив, этапов и параметров модели, то эти требования могут быть определены последовательно по следующим зависимостям:

$$P_{\text{ДЦ}m} = \frac{\Delta W}{m}; \quad (4)$$

$$\Delta P_1 = \frac{\Delta P_{\text{ДЦ}m}}{(n-1)\prod_{\substack{i=2 \\ j=i-1}}^{n} P_{\text{ДЦ}i/j}}; \quad (5)$$

$$P_{\text{ДЦ}i/j} = \frac{\Delta P_{\text{ДЦ}m}}{(n-1)P_1 \prod_{\substack{k=2,l=2 \\ i\neq k,\, j\neq l}}^{n} P_{\text{ДЦ}k/l}}; \quad (6)$$

$$\Delta a_i = \frac{\Delta P_{\text{ДЦ}m}}{\sum_{i=1}^{S} \left| F_P\left(a_1, a_1, \ldots, a_S\right)\right|}. \quad (7)$$

Анализ выражений (3)–(7) показывает, что точность исходных данных, обеспечивающую необходимую точность вычисления ПЭ, нужно согласовывать с количеством этапов реализации альтернативной последовательности действий БС, которые собирается учитывать оператор. С другой стороны, выражения (3)–(7) позволяют обосновать количество этапов, которые можно включить в модель показателя эффективности деятельности БС, при заранее известной точности исходных данных. Покажем это на отдельных примерах.

Пусть необходимо предъявить требования к точности исходных данных для оценивания эффективности функционирования БС с точностью $P_{\text{ДЦ}} \approx 0{,}1$ для модели ПЭ, имеющей вид $P_{\text{ДЦ}} = P_1(a_1)P_2(a_2)P_3(a_3)$. Из выше изложенного следует, что

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P_3 = 0{,}033;$$

$$\Delta a_1 = P_1^{-1}(0{,}033);$$

$$\Delta a_2 = P_2^{-1}(0{,}033); \; \Delta a_3 = P_3^{-1}(0{,}033),$$

где P_i^{-1} — известные обратные зависимости, описываемые логистическими функциями.

Пусть необходимо решить, сколько последовательных уровней можно учесть в модели БС, если известно, что точности параметров Δa_i, определяющих вероятность выполнения этапов на уровнях, равны 0,02, а показатель эффективности требуется оценить с точностью не ниже 0,1. Из вышеизложенного следует, что $P_1(0{,}02)P_2(0{,}02)\ldots P_n(0{,}02)=0{,}1$. Если предположить, что $P_1(0{,}02)=P_2(0{,}02)=\ldots=P_n(0{,}02)$, то, $n=\dfrac{0{,}1}{P^{-1}(0{,}02)}$ например, если $P^{-1}(0{,}02)=0{,}02$, то n = 5, т.е. в модели БС целесообразно учесть 5 уровней, т.е. более подробная детализация нецелесообразна.

Учет степени интероперабельности при обеспечении информационной совместимости между моделями боевых действий различных уровней

В общем случае взаимодействие информационных подсистем, входящих в автоматизированную систему управления войсками, должно осуществляться на организационном, техническом и семантическом уровнях. Рассмотрим пример количественного оценивания технической интероперабельности (для варианта методики, основанной на идентификации соответствия исходных данных моделирования заданному стандарту пакета данных).

Пусть информационная подсистема моделируемой БС, включает три узла информационной подсистемы (УИП). Все УИП взаимодействуют произвольным способом. Примем допущение, что в узлах нашей информационной подсистемы строго определен набор пакетов данных, который они способны обрабатывать. Пусть в первом УИП таких пакетов 10, во втором узле — 8 пакетов, а в третьем — 6. Пусть все рассматриваемые УИП позволяют выполнять взаимно-обратное преобразование пакетов данных из всего множества G. Тогда получим мощность множества $|G|=N=10$. После проведения расчетов получим равную для всех УИП энтропию $H_m\approx 0{,}53$ и общую энтропию $H_v\approx 0{,}53$. Показатели H_m и H_v рассматриваются как относительные оценки определения пакетов множеством УИП, взаимодействующих в информационном пространстве создаваемой автоматизированной системы. В приведенном примере при равных вероятностях взаимных преобразований и при условии полного взаимного преобразования пакетов значения частных энтропий для конкретного УИП «один ко многим» будут равны значениям «многие к одному»: $H_{r_i}=H_{c_i}$ при $i=j$. Предположим, что три выбранных УИП способны воспроизводить и выполнять взаимно-обратное преобразование абсолютно всех пакетов данных. В этом случае энтропия принимает максимальное значение и будет равна $H_{\max}\approx 4{,}75$, тогда $P_{\text{инт}}=\dfrac{3{,}7}{4{,}75}=0{,}78$. Данную величину необходимо рассматривать как вероятность обеспечения информационной совместимости частных моделей боевых действий, т.е. использовать как дополнительный коэффициент в выражениях для расчета $P_{\text{ДЦ}}$ в соответствии с принципом последовательного домножения [8].

Литература

1. Кобринский А.Е. Точность экономико-математических моделей. — М.: Финансы и статистика. 1981. 255 с.

2. Юсупов Р.М., Розенвассер Е.Н. Чувствительность систем управления. — М.: Наука. 1981. 464 с.

3. Заболотский В.П., Оводенко А.В. Математические модели в управлении. — СПб.: ГУАП. 2003. 196 с.

4. Голубятников К.В. Методический подход к выбору источников информации для наполнения систем исходных данных, используемых при планировании развития системы вооружения // Вооружение и экономика. 2018. № 1 (43). С. 58–65.

5. Нестечук А.Н., Чарушников А.В., Швецов А.В. Методический подход к моделированию применения космических систем в интересах информационного обеспечения центров управления Вооруженных Сил Российской Федерации // Военная мысль. 2022. № 1. С. 31–40.

6. Волгин Н.С. Исследование операций: учебник. — Л.: Военно-морская академия им. Н.Г. Кузнецова. 1999. 356 с.

7. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учебное пособие. Кнорус. 2018. 480 с.

8. Петухов Г.Б., Якунин В.И. Методологические основы внешнего проектирования целенаправленных процессов и целеустремленных систем. — М.: АСТ. 2006. 502 с.